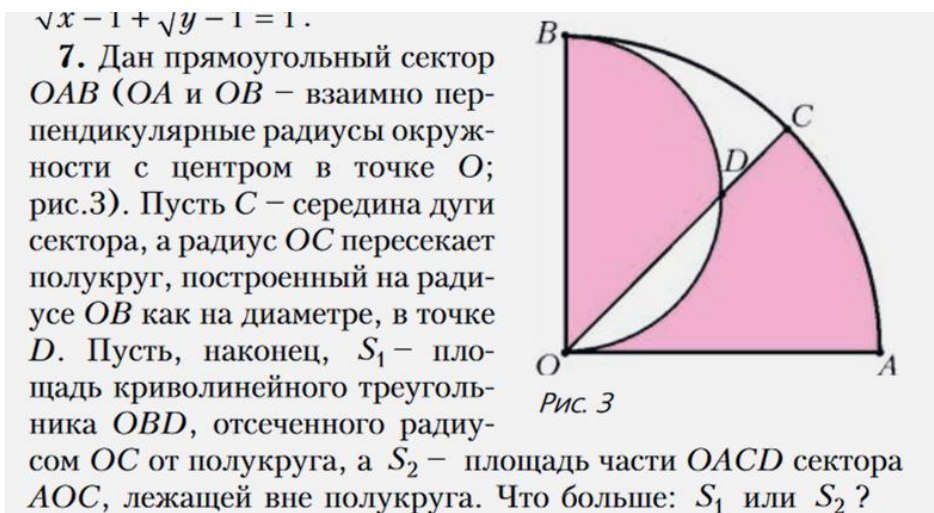


Egy geometriai feladat a Kvant -ból

A **Kvant** nevű, orosz nyelvű, középiskolás diákoknak és egyetemi hallgatóknak szóló fizikai - matematikai folyóirat 2009. évi, május ~ júniusi számában találtuk az alábbi feladatot.



1. ábra – forrása: <https://yadi.sk/i/xi5lvrAU3M6JqB>

A feladat

Adott az **OAB** derékszögű körszektor (**OA** és **OB** az **O** középpontú kör egymásra merőleges sugarai). Legyen **C** a szektor ívének közepe; az **OC** sugár a **D** pontban metszi az **OB** átmérőjű félkört. Legyen **S₁** az **OBD** görbe vonalú háromszög területe, amit az **OC** sugár kimetsz a félkörből; **S₂** pedig az **AOC** szektor **OACD** részének területe, mely a félkörön kívül fekszik. Melyik a nagyobb: **S₁** vagy **S₂**?

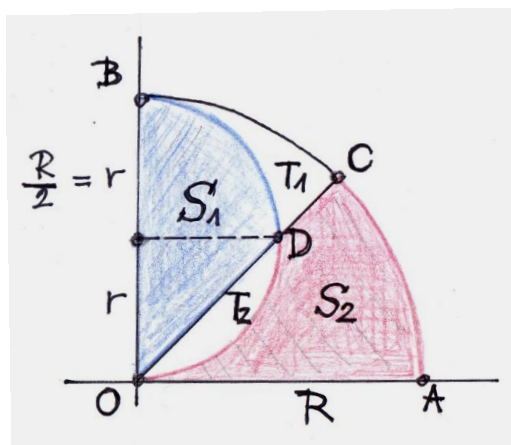
A megoldás

Legyen a negyed kör sugara **R**, a félkör sugara **r**, melyek között fennáll az

$$r = \frac{R}{2} \quad (1)$$

kapcsolat – 2. ábra. Eszerint:

$$S_1 = \frac{R^2 \cdot \pi}{8} - T_1, \quad S_2 = \frac{R^2 \cdot \pi}{8} - T_2. \quad (2)$$



1. ábra

Az S_1 terület nagysága, (1) - gyel is:

$$S_1 = \frac{r^2 \cdot \pi}{4} + \frac{r^2}{2} = \frac{r^2}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 1 \right) = \frac{R^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 1 \right), \text{ tehát:}$$

$$\underline{S_1 = \frac{R^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 1 \right)}. \quad (3)$$

A T_1 terület nagysága:

$$T_1 = \frac{R^2 \cdot \pi}{8} - S_1. \quad (4)$$

A T_2 terület nagysága:

$$T_2 = \frac{r^2 \cdot \pi}{2} - S_1 = \frac{R^2 \cdot \pi}{8} - S_1, \text{ tehát:}$$

$$T_2 = \frac{R^2 \cdot \pi}{8} - S_1. \quad (5)$$

Most (4) és (5) összevetéséből:

$$T_1 = T_2, \quad (6)$$

majd (2) és (6) - tal:

$$\underline{\underline{S_1 = S_2}}. \quad (7)$$

Eszerint a két kért terület egyenlő, egyik sem nagyobb a másiknál; közös nagyságuk (3) szerinti.

Ezzel a feladatot megoldottuk.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
mérnöktanár

Sződliget, 2019. 01. 05.